DOI:10.14188/j.1671-8844.2025.0058　　文章编号:1671-8844(XXXX)XX-0001-08

基于VCMMCP法的旬径流集合概率预报研究

崔震[1,2],杨雁飞[1,2],李玉荣[1,2],曹瑞[3]

(1. 长江水利委员会水文局,湖北武汉,430010; 2. 流域水模拟与预报调度智能技术创新中心,湖北武汉 430010; 3. 中国长江三峡集团有限公司流域枢纽运行管理中心,湖北宜昌,443133)

摘要: 为提高旬径流预报精度,为水库调度提供预报风险信息,本文构建了包含支持向量回归、XGBoost、反向传播神经网络的旬尺度集合预报方案,在多模型条件处理器集合预报方法中引入Vine-Copula函数,提出VCMMCP方法,在多模型预报流量条件下推导预报量的后验分布函数,并将VCMMCP法应用于长江上游流域石鼓、向家坝、宜昌水文站的径流预报。结果表明,SVM和BPNN模型在三个站点的旬径流预报精度略优于XGBoost模型,VCMMCP方法可有效校正成员预报误差,RE指标的绝对值降低至2.5%以内,MAE指标平均降低7.8%以上,同时,集合概率预报可合理量化预报不确定性,获得更接近预报量真实情况的预报分布,能为水库发电、供水等调度计划提供可靠的风险信息。

关键词: 集合预报;旬尺度;径流预报;机器学习;Vine　Copula函数

中图分类号: P338+.2　**文献标志码:** A

Research on Ten-Day Runoff Ensemble Probabilistic Forecasting Based on the VCMMCP Method

CUI Zhen[1,2], YANG Yanfei[1,2], LI Yurong[1,2], CAO Rui[3]

(1. Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission, Wuhan, Hubei, 430010;
2. Innovation Team for Flood and Drought Disaster Prevention of Changjiang Water Resources Commission, Wuhan, Hubei, 430010;
3. River Basin Complex Administration Center, China Three Gorges Corporation, Yichang, Hubei, 443133)

Abstract: To improve the accuracy of ten-day runoff forecasting and provide risk information for reservoir operation, this paper constructs a ten-day scale ensemble forecasting scheme that includes Support Vector Regression (SVR), XGBoost, and Back Propagation Neural Network (BPNN). The Vine-Copula function is introduced into the Multi-Model Conditional Processor (MMCP) ensemble forecasting method, proposing the VCMMCP method. This method derives the posterior distribution function of the forecasted variable under multi-model forecasted flow conditions. The VCMMCP method is applied to runoff forecasting at the Shigu, Xiangjiaba, and Yichang hydrological stations in the upper reaches of the Yangtze River. The results show that the SVR and BPNN models slightly outperform the XGBoost model in ten-day runoff forecasting accuracy at the three stations. The VCMMCP method effectively corrects member forecast errors, reducing the absolute

收稿日期: XXXX-XX-XX

作者简介: 崔震(1997-),男,工程师,主要从事水文水资源研究,E-mail: zhencui@whu.edu.cn。

通信作者: 杨雁飞(1994-),男,工程师,主要从事水文水资源研究,E-mail: 375979404@qq.com。

基金项目: 国家重点研发计划资助(2024YFB2409001);国家自然科学基金长江水科学研究联合基金(U2340213);国家自然科学基金(52441902);中国长江三峡集团有限公司科研项目资助(0704226)。

本文引用格式: 崔震,杨雁飞,李玉荣,等.基于VCMMCP法的旬径流集合概率预报研究[J].武汉大学学报(工学版),XXXX,XX(XX):1-8.

Citation: CUI Zhen, YANG Yanfei, LI Yurong, et al. Research on Ten-Day Runoff Ensemble Probabilistic Forecasting Based on the VCMMCP Method[J]. Engineering Journal of Wuhan University, XXXX, XX(XX):1-8.

value of the RE indicator to within 2.5% and the MAE indicator by an average of more than 7.8%. Additionally, ensemble probabilistic forecasting can reasonably quantify forecast uncertainty, obtaining a forecast distribution closer to the true situation of the forecasted variable, providing reliable risk information for reservoir operation plans such as power generation and water supply.

Key words: Ensemble forecasting; Ten-day scale; Runoff forecasting; Machine learning; Copula function

径流预报对防洪抗旱、水资源高效利用等具有重要的指导意义[1]。按预见期长度可分为短、中、长期径流预报,短期径流预报可为水库防汛抗旱等应急灾害防御提供支撑,月、季、年等尺度的长期径流预报可为水资源配置和水库调度计划等工作提供参考[2]。囿于短期预报预见期较短、长期预报可靠性有限,难以支撑周、旬尺度中期(或延伸期)的水资源调度与管理工作[3]。旬尺度径流预报可指导梯级水库动态控制运行水位,在汛前控制库水位消落进度,降低弃水风险,汛期抬高运行水位,增加水头、降低耗水率,提高发电效率,汛末提前预判后续来水形势,研判蓄水时机,保障枯水期供水安全[4]。因此,旬尺度径流预报对供水、发电计划及动态优化调度等具有重要的指导意义,有必要开展旬径流预报研究。

当前已有多种旬径流预报模型研究应用,变化环境下流域产汇流规律变异明显,各类模型在概化中长期降水-径流转换过程中均具有一定局限性[5]。不同流域、季节等边界条件下,各类预报模型具有各自原理结构上的优劣,相互间难以替代[6]。中长期径流预报不确定性相对较高,应充分考虑多模型产生的有效信息,尽可能提高预报精度。同时,现有预报成果形式通常为确定性单一值,难以反映预报不确定性,无法考虑预报误差带来的风险信息,不利于水资源的安全高效利用[7]。因此,融合多种模型预报结果,实现多模型间的相互协调和性能互补,有利于提高中长期预报的准确性和可靠性。

径流集合概率预报不仅可集合多种模型结果、校正误差,还能以分位数或分布函数等方式提供预报不确定性信息,是提高径流预报精度和可靠性的有效途径[8]。多模型条件处理器(MMCP)是常用集合概率预报方法,相对贝叶斯模型平均、集合模型输出统计等方法具有计算效率高、可操作性强等优势,但存在流量服从线性-正态分布假设等问题[9-10]。因流量通常服从偏态分布,影响了该方法的适用性[11]。Vine-Copula函数可构建任意边缘分布变量的联合分布,同时相对Archimedean类和椭圆类Copula,在构建多维联合分布中能灵活反映不同变量间存在的正负依赖性及尾部相关性,可降低Copula函数嵌套的不确定性[12-13]。因此,有必要在常用集合预报方法中引入Vine-Copula函数,减少MMCP法的应用限制,合理量化径流预报不确定性。

目前,径流集合概率预报多应用于短期预报,旬尺度集合概率预报研究相对较少。基于上述问题,本文首先构建支持向量回归、XGBoost、反向传播神经网络等多种旬尺度径流预报模型,其次在MMCP方法中引入Vine-Copula函数,提出VC-MMCP集合预报方法,推导多模型预报流量条件下的预报分布函数,最后,将VCMMCP应用于长江上游石鼓、向家坝、宜昌等站点的旬尺度集合概率预报,以期提高旬尺度径流预报精度,合理反映预报不确定性。

1 研究方法

1.1 预报模型

(1) 支持向量机

支持向量机(SVM)是一种常用于回归预测的监督学习模型,通过将传统预测理论的经验风险最小目标转为结构风险最小目标,采用二次规划方法对模型进行求解,避免了求解局部最优,通常对小样本回归效果较好[14]。SVM可以通过核函数将数据映射到高维空间,使其能够处理非线性数据,具有良好的泛化性能。其原理如下:

$$\begin{cases} min\dfrac{1}{2}\left|\ |w|\right|^2+C\sum_{i=1}^{n}(\xi_i+\xi_i^*), \\ \text{s.t.}\begin{cases}(w\phi(x_i)+b)-y_i\leqslant\varepsilon+\xi_i, \\ y_i-(w\phi(x_i)+b)\leqslant\varepsilon+\xi_i^*。\end{cases}\end{cases} \tag{1}$$

式中,w为目标方向向量;C为惩罚参数;ξ_i和ξ_i^*分别为松弛变量;$\phi(x_i)$是输入特征x_i的映射函数;b为回归函数的截距;ε为不敏感损失系数。

其目标函数中,$\frac{1}{2}\|w\|^2$为回归函数的推广误差,$C\sum_{i=1}^{n}(\xi_i+\xi_i^*)$为拟合误差。两者之和最小时,模型将同时具有良好推广能力和拟合效果。

（2） 极限梯度提升

极限梯度提升（XGBoost）是一种决策树算法，由Chen等[15]提出。XGBoost模型结合了梯度提升树与正则化技术，通过建立多个决策树弱学习器，并依据加性函数集成为最终的预报模型，极大提升了单一决策树模型的预报性能和准确性。其原理如下所示：

$$\tilde{y}_i=\sum_{k=1}^{K}f_k(x_i) \tag{2}$$

$$L=\sum_{i=1}^{n}l(y_i,\tilde{y}_i)+\sum_{k=1}^{K}\Omega(f_k) \tag{3}$$

式中：f_k为第k个弱学习器，$k\in[1,K]$。L为总损失函数，$l(y_i,\tilde{y}_i)$为第i个实测值与预报值之间误差的损失函数，$\Omega(\cdot)$为正则化函数，避免过拟合。n为样本数。

（3） 反向传播神经网络

反向传播（BP）神经网络是一种常用的神经网络算法，主要包括输入层、隐藏层、输出层三种结构，计算思路主要包括输入数据沿网络向前传播，将拟合误差反向传播至隐藏层神经元，不断调整修正网络权值和阈值，直至误差收敛至最小值[16]。其原理如下：

$$h_j=g(\sum_{i=1}^{n}w_{ij}\cdot x_i+a_j) \tag{4}$$

$$o_k=\sum_{j=1}^{l}h_j\cdot w_{jk}+b_k \tag{5}$$

式中，h_j为隐藏层输出，o_k为输出层输出，n为输入层节点个数，l为隐藏层节点个数，m为输出层节点个数，w_{ij}和a_j分别为输入层至隐藏层的权重和偏置值，w_{jk}和b_k分别为隐藏层至输出层的权重和偏置值。

1.2 多模型条件处理器

多模型条件处理器（MMCP）是基于多种有用信息（通常由预报成员提供）的条件下，依据条件分布原理推导实测流量的后验密度函数[17]，其公式如下所示。

$$p\left(Q_o|Q_{f,1},Q_{f,2},\cdots,Q_{f,k}\right)=\frac{p(Q_o,Q_{f,1},Q_{f,2},\cdots,Q_{f,k})}{p(Q_{f,1},Q_{f,2},\cdots,Q_{f,k})} \tag{6}$$

式中：$p(Q_o,Q_{f,1},Q_{f,2},\cdots,Q_{f,k})$为多元联合密度函数，$Q_o$和$Q_{f,k}$分别表示实测流量和第$k$个成员的预报流量。

为避免流量正态分布假设，采用Copula函数推导MMCP，计算公式可表示如下。

$$p\left(Q_o|Q_{f,1},Q_{f,2},\cdots,Q_{f,k}\right)=\frac{\dfrac{C_{k+1}\left(P(Q_o),P(Q_{f,1}),\cdots,P(Q_{f,k})\right)}{\partial Q_o\partial Q_{f,1}\cdots\partial Q_{f,k}}}{\dfrac{C_k\left(P(Q_{f,1}),\cdots,P(Q_{f,k})\right)}{\partial Q_{f,1}\cdots\partial Q_{f,k}}}=\frac{c_{k+1}\left(P(Q_o),P(Q_{f,1}),\cdots,P(Q_{f,k})\right)}{c_k\left(P(Q_{f,1}),\cdots,P(Q_{f,k})\right)}\cdot p(Q_o) \tag{7}$$

式中，C_m和c_m分别表示m维Copula分布和密度函数，P表示边缘分布。

由公式（7）可知，在三种预报成员的条件下，MMCP法需建立4维联合分布，选择合适的Copula函数是构建联合分布的关键。Vine Copula函数可将n维多元联合密度分解为n(n-1)/2个Pair-Copula函数，并排列为n-1个树状层次结构[12]，从而可以灵活地反映不同变量之间存在的正负依赖性以及尾部相关性。Vine Copula主要包括C-Vine和D-Vine两种联结类型。因C-Vine Copula的联结结构相对简单[13]，本文采用C-Vine Copula函数构建MMMCP法（VCMMCP）的多元联合分布，其原理如下：

$$p(x_1,x_2,\cdots,x_n)=p(x_n)\cdot p(x_{n-1}|x_n)\cdot p(x_{n-2}|x_{n-1},x_n)\cdots\cdot p(x_1|x_2,\cdots,x_{n-1},x_n)=\prod_{k=1}^{n}p(x_k)\prod_{i=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{n-i}c_{i,i+j|1:(i-1)}\left(P\left(x_i|x_1,\cdots,x_{i-1}\right),P\left(x_{i+j}|x_1,\cdots,x_{i-1}\right)\right) \tag{8}$$

$$p(x|v)=c_{x,v_k|v_{-k}}\left(P(x|v_{-k}),P(v_k|v_{-k})\right)\cdot p(x|v_{-k}) \tag{9}$$

$$P(x|v)=\frac{\partial C_{x,v_k|v_{-k}}\left(P(x|v_{-k}),P(v_k|v_{-k})\right)}{\partial P(v_k|v_{-k})} \tag{10}$$

式中：$P(x|v)$和$p(x|v)$分别为条件分布和密度函数，v为n维向量，v_{-k}为去除第k个变量v_k后的向量v。

通过均方根误差准则选择构建Pair-Copula函数，备选的Pair-Copula包括常用的Archimedean Copula（Gumbel、Clayton和Frank Copula）和椭圆Copula（t和Gaussian Copula）。Copula函数的参数采用极大似然估计法计算。采用皮尔逊III型（P-III）分布拟合径流序列。集合成员预报精度可能受季节性等因素的影响，随时间的变化发生改变，因此采用滑动窗口的方式率定更新权重参数。研究表明采用滑动窗口可获得更好的集合概率预报性能[18-19]。

1.3 评价指标

确定性预报结果采用纳什效率系数（NSE）、径

流总量相对误差(RE)、平均绝对误差(MAE)三种指标进行评价。概率预报结果采用区间覆盖率(CR)、可靠性指标(α-index)、连续排位概率分数(CRPS)三种指标进行评价[20]。

2 长江上游流域及数据

金沙江流域位于我国青藏高原、云贵高原和四川盆地的西部边缘,以山地为主,地势西北高、东南低,干流以石鼓站和攀枝花站为界,分为上、中、下三段,其中石鼓站集水面积21.4万km^2,石鼓至攀枝花区间集水面积4.5万km^2,攀枝花至向家坝区间集水面积20.0万km^2。金沙江流域降水径流主要来源于石鼓以下及支流雅砻江,其中石鼓以上河段流域狭窄,位于纵向河谷少雨区,上游径流约占总径流的27%,中下游由于降水量增大及支流雅砻江汇入,河川径流倍增,至金沙江出口向家坝站多年平均流量达4560m^3/s。

金沙江在宜宾与岷江汇合后称为长江,至湖北宜昌江段称为长江上游,集水总面积约100万km^2,占流域总面积56%,上游出口断面宜昌水文站多年平均流量为13400m^3/s。

石鼓、向家坝、宜昌站为长江上游重要控制节点,其旬流量过程是支撑流域水库群防洪、发电、供水等调度业务的关键,因此对上述三站开展旬流量预报研究。收集整理石鼓、向家坝、宜昌站1960-2024年旬尺度天然流量及对应集水流域的实测平均面降水量数据,前54年作为训练期,其余年份为验证期。

3 结果分析

3.1 预报模型结果分析

采用降水和前期径流两种因子作为模型输入,计算前一年的降水和径流与目标径流的相关系数,并对其排序,选取前十名相关性较高的因子作为模型输入,预测后一旬流量。如表1所示,可以看出三个站点的输入变量均一致。

采用试错法优选模型参数,并输入优选预报因子,开展旬尺度径流预报。表2展示了三个站点旬径流预报精度评价指标,可以看出验证期指标略优于训练期指标。以验证期为例进行分析,ANN模型在石鼓、向家坝和宜昌站的NSE值分别为0.93、0.90和0.90,RE值分别为-6.00%、-0.20%和2.49%,MAE值分别为230m^3/s、807m^3/s和2288m^3/s。SVR模型的NSE值分别为0.93、0.91和0.91,RE值分别为-8.28%、-3.25%和1.48%,MAE值分别为214m^3/s、745m^3/s和2160m^3/s。XGBoost模型的NSE值分别为0.91、0.87和0.88,RE值分别为-6.20%、1.85%和1.76%,MAE值分别为228m^3/s、753m^3/s和2250m^3/s。由此可知,ANN和SVR模型在三个站的旬预报精度相近,均略优于XGBoost模型。由图1可知,ANN和SVR模型散点分布较紧凑,XGBoost模型整体拟合效果相对不佳,在高流量点据相对较分散,三种模型训练期和验证期的决定系数均在0.85以上。

表1 预报因子与目标流量相关系数

Table 1 Correlation coefficients between forecast factors and target flows

石鼓站		向家坝站		宜昌站	
变量	相关系数	变量	相关系数	变量	相关系数
Qt−1	0.92	Qt−1	0.91	Qt−1	0.89
Qt−2	0.81	Qt−2	0.80	Qt−2	0.77
Qt−3	0.70	Qt−3	0.69	Qt−3	0.68
Qt−4	0.58	Qt−4	0.58	Pt−1	0.66
Pt−1	0.57	Pt−1	0.55	Qt−4	0.59
Pt−2	0.47	Qt−5	0.46	Pt−2	0.56
Qt−5	0.47	Pt−2	0.44	Qt−5	0.49
Pt−3	0.36	Qt−6	0.33	Pt−3	0.46
Qt−6	0.34	Pt−3	0.31	Qt−6	0.36
Pt−4	0.24	Pt−4	0.20	Pt−4	0.34

Pt-i表示滞后i个旬的降水数据,i=1,2,3,4;Qt-i表示滞后i个旬的流量数据,i=1,2,…,6

3.2 集合预报结果分析

对预报站点验证期内的预报结果进行集合预报计算。以CRPS指标为目标函数,采用试算法优选滑窗长度,窗口范围为[40, 160]。图2统计了三个站点在不同滑窗长度下的CRPS值。由图2可知,石鼓、向家坝、宜昌站流量序列在滑窗长度分别为80、80、40时,集合预报CRPS指标相对最优。采用相应最优滑窗长度,实时率定VCMMCP法参数。

采用集合概率预报中值预报流量作为校正后的确定性预报结果,评价预报精度(表3、4)。由表3可知,中值预报在石鼓、向家坝、宜昌站的NSE值均有一定程度提高,RE指标的绝对值降低至2.5%以内,MAE指标分别平均降低18.2%、11.5%、7.8%,表明VCMMCP法可有效校正成员水量预报误差。由表4可知,集合预报区间覆盖率较高,均接近或超过90%置信水平,α-index指标在0.93~0.97,均接近理想值1,表明预报分布和区间均较为可靠,能够合理量化预报不确定性。CRPS指标相对MAE指

表 2 多模型预报精度评价

Table 2 Multi-model forecast accuracy evaluation

站点	模型	训练期			验证期		
		NSE	RE(%)	MAE(m^3/s)	NSE	RE(%)	MAE(m^3/s)
石鼓站	XGBoost	0.88	−0.03	379	0.91	−6.20	228
	ANN	0.91	2.26	337	0.93	−6.00	230
	SVR	0.93	−2.18	305	0.93	−8.28	214
向家坝站	XGBoost	0.86	−0.01	1423	0.87	1.85	753
	ANN	0.88	1.52	1350	0.90	−0.20	807
	SVR	0.90	−2.15	1227	0.91	−3.25	745
宜昌站	XGBoost	0.85	−0.02	3956	0.88	1.76	2254
	ANN	0.87	−1.77	3637	0.90	2.49	2288
	SVR	0.88	−1.73	3518	0.91	1.48	2160

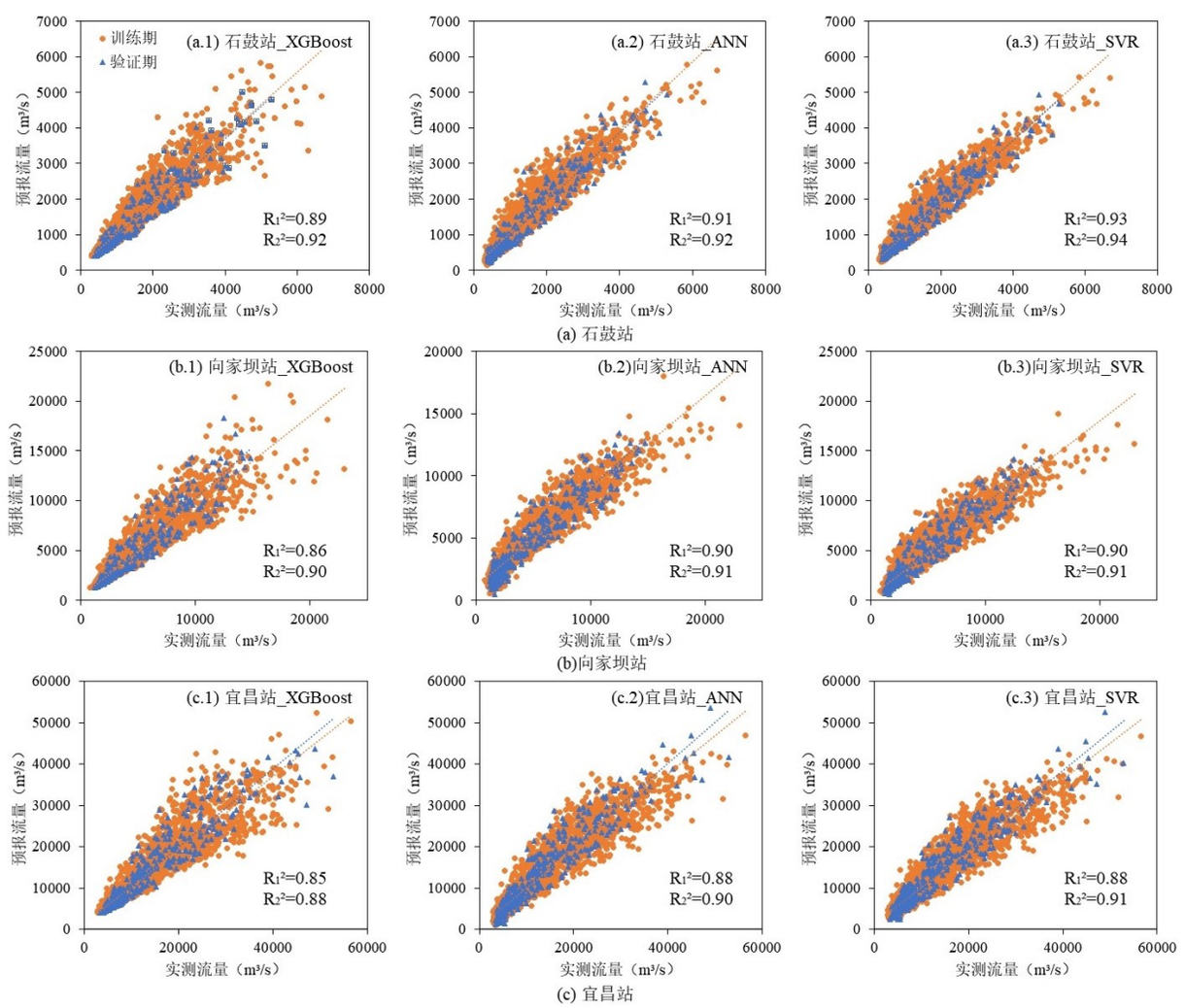


图 1 多站点旬预报流量与实测流量散点图(R_1^2和R_2^2分别为训练期和验证期决定系数)

Fig. 1 Scatter plot of multisite ten-day forecast flow versus observed flow (R_1^2 and R_2^2 are the coefficients of determination for the training and validation periods, respectively)

标降幅较高,表明集合预报能有效校正预报分布的可靠性和集中度,获得更接近预报量真实情况的预报分布。

绘制石鼓、向家坝、宜昌站旬径流集合概率预报区间(图 3),由图可知,预报区间可覆盖多数实测点据,集合中值预报流量接近多数实测流量过程,表明集合预报效果较好,可为水库制定发电、供水等计划提供风险信息。根据图 3(c)宜昌站降水-径

流过程知,2018年7月下旬~8月中旬、2024年7月中旬~8月中旬两个时段内宜昌站预测峰值流量偏小较多。分析其原因,时段内流域平均面降水量相对较少,可能由于降水空间分布不均,计算面降水量时坦化了峰值降水量,难以描述流域不同空间降水对径流的影响,使得预报旬流量相对实测流量较小,这也反映出中长期径流预报的难点。

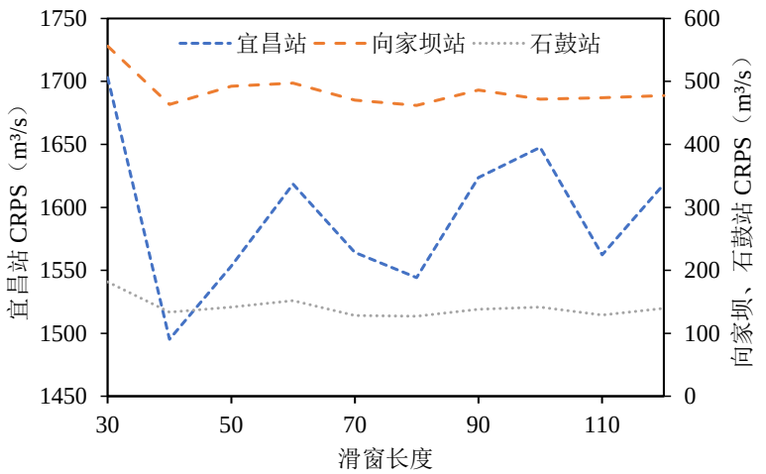


图2 不同滑窗长度下CRPS值变化过程

Fig. 2 Change of the CRPS value under different sliding window lengths

表3 集合概率预报中值预报精度评价

Table 3 Median forecast accuracy evaluation of ensemble probabilistic forecasting

站点	评价指标		
	NSE	RE(%)	MAE(m^3/s)
石鼓站	0.95	−2.26	183
向家坝站	0.92	−1.52	679
宜昌站	0.91	−0.75	2060

表4 集合概率预报性能评价

Table 4 Performance evaluation of ensemble probabilistic forecasting

站点	评价指标		
	CR	α−index	CRPS(m^3/s)
石鼓站	0.92	0.93	127
向家坝站	0.88	0.94	462
宜昌站	0.87	0.97	1500

4 结论

本文构建了三种机器学习旬径流预报模型,在MMCP法中引入Vine-Copula函数,提出了VC-MMCP集合预报方法,并应用于石鼓、向家坝、宜昌站旬尺度径流集合预报。主要结论如下:

(1)由NSE、RE、MAE指标可知,SVM和ANN模型在三个站点的旬径流预报精度略优于XGBoost模型,NSE值均在0.87以上。

(2)VCMMCP方法可有效校正成员预报误差,一定程度上改善NSE指标,RE指标的绝对值降低至2.5%以内,MAE指标平均降低7.8%以上。

(3)集合概率预报区间覆盖率较高,可合理量化预报不确定性,由α-index和CRPS指标可知,集合预报能有效校正预报分布的可靠性和集中度,获得更接近预报量真实情况的预报分布。

在未来研究中,可考虑降水的空间分异性对径流模拟预报的影响,同时探讨气温、积雪深度等多种因子在旬径流预报中的有效性,还可探讨旬径流概率预报指导水库科学调度,进一步提高发电效益、保障供水安全。

参考文献:

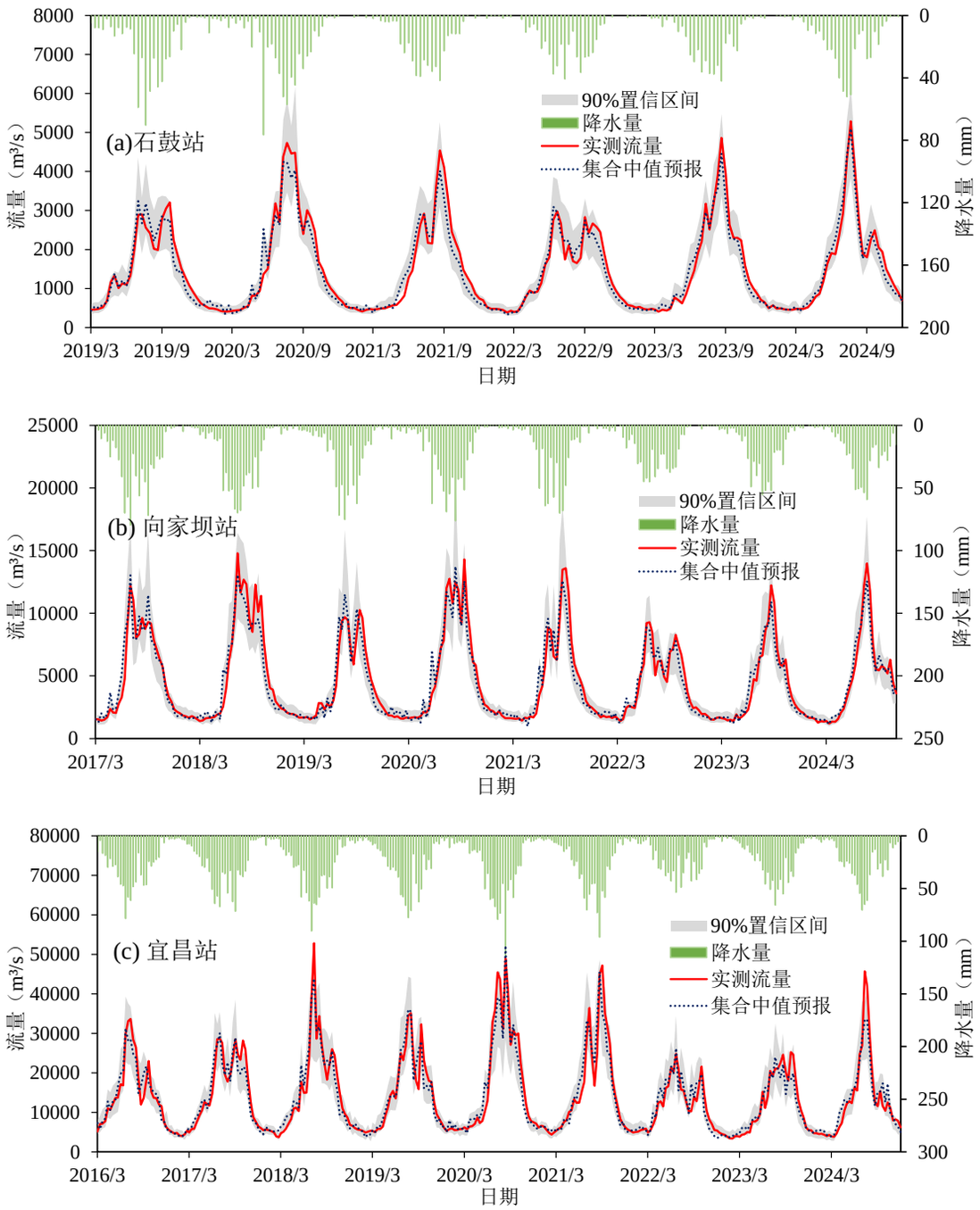


图3　石鼓、向家坝、宜昌站旬径流集合概率预报区间图

Fig. 3　Ensemble probabilistic forecast intervals for ten-day runoff at Shigu, Xiangjiaba, and Yichang stations

[1] 刘东琪，何厚军，邱禹，等．基于多模型集成的和田河流域中长期融雪径流预测[J/OL]．人民长江，1-11[2025-01-24].
LIU Dongqi, HE Houjun, QIU Yu, et al. Medium- and long-term snowmelt runoff prediction of the Hetian Riverbased on multi-model integration[J/OL]. Yangtze River, 1-11[2025-01-24].

[2] 李福威，孙凯昕，丁伟．基于多模型融合的中期径流预报[J]．中国农村水利水电，2023，(02)：9-15.
LI Fuwei, SUN Kaixin, DING Wei. Medium-term Runoff Forecasting Based on Information Fusion Models [J]. China Rural Water and Hydropower, 2023, (02): 9-15.

[3] 王力磊，袁晶瑄，徐炜，等．桓仁流域汛期旬径流预报方法研究[J]．水文，2012，32(06)：52-55＋27.
WANG Lilei, YUAN Jingxuan, XU Wei, et al. Research on 10-day Runoff Forecasting Method for Huanren Basin in Flood Season [J]. Journal of China Hydrology, 2012, 32(06): 52-55＋27.

[4] 孙周亮，刘艳丽，张建云，等．中长期径流预报研究进展

与展望[J].水资源保护,2023,39(02):136-144+223.
SUN Zhouliang, LIU Yanli, ZHANG Jianyun, et al. Research progress and prospect of mid-long term runoff prediction [J]. Water Resources Conservation, 2023, 39(02):136-144+223.

[5] 崔震,郭生练,王俊,等.基于GR4J-LSTM混合模型的洪水预报研究[J].人民长江,2022,53(07):1-7.
CUI Zhen, GUO Shenglian, WANG Jun, et al. Research on flood forecasting based on GR4J-LSTM hybrid model [J]. Yangtze River, 2022, 53(07):1-7.

[6] 徐炜.考虑中期径流预报及其不确定性的水库群发电优化调度模型研究[D].大连理工大学,2014.
XU Wei. Research on optimization operation models for Cascaded Hydropower Reservoirs considering medium range forecasting inflow and uncertainty [D]. Dalian University of Technology, 2014.

[7] 杨洵,徐炜,姜宏广.基于Box-Cox算法的中期径流贝叶斯概率预报方法[J].水电能源科学,2018,36(06):17-21.
YANG Xun, XU Wei, JIANG Hongguang. A Bayesian probabilistic forecasting method for medium-term runoff based on Box-Cox algorithm[J]. Water Resources and Power, 2018, 36(06):17-21.

[8] Cui Z, Guo S, Chen H, et al. Quantifying and reducing flood forecast uncertainty by the CHUP-BMA method [J]. Hydrology and Earth System Sciences, 2024, 28(13): 2809-2829.

[9] Todini E. A model conditional processor to assess predictive uncertainty in flood forecasting[J]. International Journal of River Basin Management, 2008, 6(2):123-137.

[10] Todini E. From HUP to MCP: Analogies and extended performances[J]. Journal of Hydrology, 2013, 477: 33-42.

[11] 刘章君,郭生练,李天元,等.贝叶斯概率洪水预报模型及其比较应用研究[J].水利学报,2014,45(09):1019-1028.
LIU Zhangjun, GUO Shenglian, LI Tianyuan, et al. Comparative study of Bayesian probabilistie flood forecasting models [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, 45(09):1019-1028.

[12] Joe H. Families of m-variate distributions with given margins and m (m-1)/2 bivariate dependence parameters [J]. Lecture Notes-Monograph Series, 1996:120-141.

[13] Wu H, Su X, Singh V P, et al. Predicting Hydrological Drought with Bayesian Model Averaging Ensemble Vine Copula (BMAViC) Model[J]. Water Resources Research, 2022, 58(11): e2022WR033146.

[14] 梁浩,黄生志,孟二浩,等.基于多种混合模型的径流预测研究[J].水利学报,2020,51(01):112-125.
LIANG Hao, HUANG Shengzhi, MENG Erhao, et al. Runoff prediction based on multiple hybrid models [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2020, 51(01): 112-125.

[15] Chen T, Guestrin C. Xgboost: A scalable tree boosting system[C]//Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining. 2016: 785-794.

[16] 李静,黄强,杨元园,等.引汉济渭工程调水区月径流预报模型研究[J].西安理工大学学报,2021,37(03):338-344.
LI Jing, HUANG Qiang, YANG Yuanyuan, et al. Research on monthly runoff forecasting model in water diversion area of the Han to Wei diversion project [J]. Journal of Xi′an University of Technology, 2021, 37(03):338-344.

[17] Coccia G, Todini E. Recent developments in predictive uncertainty assessment based on the model conditional processor approach[J]. Hydrology and Earth System Sciences, 2011, 15(10):3253-3274.

[18] Darbandsari P, Coulibaly P. Introducing entropy-based Bayesian model averaging for streamflow forecast[J]. Journal of Hydrology, 2020, 591: 125577.

[19] Parrish M A, Moradkhani H, DeChant C M. Toward reduction of model uncertainty: Integration of Bayesian model averaging and data assimilation[J]. Water Resources Research, 2012, 48(3):W03519.

[20] 崔震,郭生练,王俊,等.基于混合深度学习模型的洪水过程概率预报研究[J].水利学报,2023,54(08):889-897+909.
CUI Zhen, GUO Shenglian, WANG Jun, et al. Probabilistic forecasting of flood processes based on hybrid deep learning models [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2023, 54(08):889-897+909.